

Стабильностные и осцилляционные свойства дифференциальной системы

Сергеев Игорь Николаевич

доктор физико-математических наук, профессор

МГУ имени М.В. Ломоносова

Механико-математический факультет

V Всероссийская научная конференция
«Осенние математические чтения в Адыгее»
к 85-летию Адыгейского государственного университета

Майкоп, 10 октября 2025 г.

Для заданной области $G \subset \mathbb{R}^n$ ($n \in \mathbb{N}$) рассмотрим системы вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), \quad t \in \mathbb{R}_+ \equiv [0, +\infty), \quad 0, \mathbf{x} \in G, \quad (f)$$

с условиями

$$f(t, 0) = 0, \quad t \in \mathbb{R}_+, \quad f, f'_x \in C(\mathbb{R}_+, G),$$

обеспечивающими для них наличие **нулевого** решения, а также **существование** и **единственность** решения задачи Коши.

Введем обозначения:

- $x_f(\cdot, x_0)$ — **непродолжаемое** решение системы (f) с **начальным** условием $x_f(0, x_0) = x_0$;
- $B^\delta \equiv \{x_0 \in \mathbb{R}^n \mid |x_0| \leq \delta\}$ — **шар** радиуса $\delta > 0$;
- $M_* \equiv M \setminus \{0\}$ — **выкалывание нуля**.

Выделим стандартные разновидности систем вида (f): **одномерные**, **двумерные**, **периодические**, **линейные**, **скалярные** и **автономные**.

Изучаем **полные** (или хотя бы **почти** полные) свойства системы (f):

- **стабильностные** по отношению к нулевому решению, т. е. связанные с его **ляпуновскими устойчивостью**, **асимптотической устойчивостью** или **полной неустойчивостью**, а также с соответствующими их **перроновскими** и **верхнепределными** аналогами;
- **осцилляционные**, т. е. связанные с **колеблемостью**, **вращаемостью**, **блуждаемостью** решений (относительно начала координат), а также с их свойствами, **противоположными** к перечисленным.

Для измерения полноты этих свойств вводим их **меры** (по сути — **стохастического** характера): они дают точную оценку снизу для **доли**, которую по отношению ко всем решениям, близким к нулевому, занимают решения, обладающие заданным свойством.

Для системы (f) исследуем **соотношения** и **логические связи** между ее:

- различными **стабильностными** свойствами;
- различными **осцилляционными** свойствами;
- **мерами** различных свойств;
- **свойствами** и их **мерами**.

Эта **тематика** начала активно развиваться (почему-то) только в **XXI веке**.
В исследованиях по ней уже приняли участие:

- **Артисевич А.Е.**, **Лобода Н.А.**, **Панеш А.А.**, **Сташ А.Х.**;
- **Барабанов Е.А.**, **Быков В.В.**, **Войделевич А.С.**, **Похачевский В.А.**;
- **Бондарев А.А.**, **Бурлаков Д.С.**, **Васильев В.Д.**, **Гарганц А.Г.**,
Денисов Н.В., **Лысак М.Д.**, **Миценко В.В.**, **Сергеев И.Н.**,
Смоленцев М.В., **Цой С.В.**, **Шишлянников Е.М.**;
- **Горицкий А.Ю.**, **Фисенко Т.Н.**

I. Полные стабильностные свойства

Различные **стабильностные** свойства задают

Определение 1

Система (f) (**нулевое** решение) обладает **ляпуновским, перроновским** или **верхнепредельным** свойством (**полным стабильностным**):

- **устойчивостью** (почти), если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что для любого $x_0 \in B_*^\delta$ (почти) соответственно имеем

$$\sup_{t \in \mathbb{R}_+} |x_f(t, x_0)| \leq \varepsilon, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} |x_f(t, x_0)| \leq \varepsilon, \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} |x_f(t, x_0)| \leq \varepsilon \quad (2)$$

(предполагается, что решение $x_f(\cdot, x_0)$ определено на всем луче $\mathbb{R}_+$);

- **асимптотической устойчивостью** (почти):
 - **перроновской** или **верхнепредельной**, если существует такое $\delta > 0$, что для любого $x_0 \in B_*^\delta$ (почти) выполнено условие (2) при $\varepsilon = 0$;
 - **ляпуновской**, если она обладает одновременно как ляпуновской, так и асимптотической верхнепредельной устойчивостью (почти);
- **полной неустойчивостью** (почти), если для некоторых $\varepsilon, \delta > 0$ любое $x_0 \in B_*^\delta$ (почти) не удовлетворяет соответствующему условию (2).

I. Полные стабильностные свойства

Каждому **стабильностному** свойству его **функционал** задает

Определение 2

Для функций $x : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_*^n$ определим **функционалы** $\Phi_{\varkappa}(x)$ **ляпуновских**, **перроновских** и **верхнепределельных** свойств с **ассоциированным** значением $\varkappa = \lambda, \pi, \sigma$:

- **устойчивости** и **неустойчивости** — формулами

$$\Phi_{\lambda}(x) \equiv \sup_{t \in \mathbb{R}_+} |x(t)|, \quad \Phi_{\pi}(x) \equiv \lim_{t \rightarrow +\infty} |x(t)|, \quad \Phi_{\sigma}(x) \equiv \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} |x(t)|$$

(если функция x определена не на всем $\mathbb{R}_+$, то $\Phi_{\varkappa}(x) = +\infty$);

- **асимптотической устойчивости** — формулами

$$\Phi_{\varkappa_0} \equiv \operatorname{sgn} \Phi_{\varkappa}, \quad \varkappa = \pi, \sigma, \quad \Phi_{\lambda_0} \equiv \Phi_{\lambda} + \Phi_{\sigma_0}.$$

1. Полные стабильностные свойства

Стабильностные свойства и их связи с функционалами описывают

Теорема 1

Для любой системы (f) ее устойчивость какого-либо типа вытекает из ее одноименной асимптотической устойчивости и несовместима с ее одноименной полной неустойчивостью.

Теорема 2

Функционалы стабильностных свойств удовлетворяют неравенствам

$$0 \leq \Phi_{\pi} \leq \Phi_{\sigma} \leq \Phi_{\lambda}, \quad 0 \leq \Phi_{\pi_0} \leq \Phi_{\sigma_0} \leq \Phi_{\lambda_0}, \quad \Phi_{\lambda} \leq \Phi_{\lambda_0}.$$

Теорема 3

Система (f) обладает ляпуновским, перроновским или верхнепредельным полным стабильностным свойством — устойчивостью, неустойчивостью, асимптотической устойчивостью тогда и только тогда, когда при ассоциированном значении $\varkappa = \lambda, \pi, \sigma$ выполнено условие

$$\overline{\lim}_{x_0 \rightarrow 0} \Phi_{\varkappa}(x_f(\cdot, x_0)) = 0, \quad \underline{\lim}_{x_0 \rightarrow 0} \Phi_{\varkappa}(x_f(\cdot, x_0)) > 0, \quad \overline{\lim}_{x_0 \rightarrow 0} \Phi_{\varkappa_0}(x_f(\cdot, x_0)) = 0.$$

II. Полные осцилляционные свойства

Осцилляционные функционалы задают

Определение 3

При $t > 0$ и $x : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}_*^n$ ($n > 1$) определим функционалы $\Phi_{\varkappa}(t, x)$ блуждаемости, колеблемости, вращаемости при $\varkappa = \rho, \nu, \theta$:

- $\Phi_{\rho}(t, x) \equiv \inf_{L \in \text{Aut } \mathbb{R}^n} \frac{1}{t} \int_0^t \frac{d}{d\tau} \left| \frac{Lx(\tau)}{|Lx(\tau)|} \right| d\tau$ — минимальная (по L) средняя вариация следа функции x на единичной сфере за время t ;
- $\Phi_{\nu}(t, x)$ — минимальное (по $L \in \text{Aut } \mathbb{R}^n$) нормированное среднее, т.е. умноженное π/t , число нулей функции $P_1 Lx$ на промежутке $(0, t]$, где P_1 — проектор на фиксированную прямую в $\mathbb{R}^n$ (если хотя бы один из этих нулей кратен, то функционал не определен);
- $\Phi_{\theta}(t, x) \equiv \inf_{L \in \text{Aut } \mathbb{R}^n} \frac{1}{t} |\varphi(t, P_2 Lx)|$ — минимальная (по L) средняя угловая скорость вектора $P_2 Lx(\tau)$ за время t , где $\varphi(t, P_2 Lx)$ — непрерывный ориентированный угол между вектором $P_2 Lx(t)$ и начальным вектором $P_2 Lx(0)$, а P_2 — проектор на фиксированную плоскость в $\mathbb{R}^n$ (если $P_2 Lx(\tau) = 0$ хотя бы при одном $\tau \in [0, t]$, то функционал не определен).

II. Полные осцилляционные свойства

С помощью введенных функционалов **осцилляционные свойства** задает

Определение 4

Скажем, что система (f) обладает следующим **полным осцилляционным** свойством при **ассоциированном** значении $\varkappa = \rho, \nu, \theta$:

- **блуждаемостью, колеблемостью, вращаемостью**, если выполнено соответствующее условие

$$\varkappa(f) \equiv \lim_{t \rightarrow +\infty} \lim_{x_0 \rightarrow 0} \Phi_{\varkappa}(t, x_f(\cdot, x_0)) > 0;$$

- **неблуждаемостью, неколеблемостью, невращаемостью**, если выполнено соответствующее условие

$$\bar{\varkappa}(f) \equiv \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \overline{\lim}_{x_0 \rightarrow 0} \Phi_{\varkappa}(t, x_f(\cdot, x_0)) = 0,$$

причем все эти свойства, кроме вращаемости и невращаемости, будем считать **стандартными**.

II. Полные осцилляционные свойства

Замечательную (даже удивительную!) **связь** между **колеблемостью**, **блуждаемостью** и **вращаемостью** раскрывают

Теорема 4

Для решений любых (f) , $t > 0$ и $x_0 \in G_*$ верны соотношения

$$\theta(f) \leq \nu(f) = \rho(f), \quad \bar{\theta}(f) \leq \bar{\nu}(f) = \bar{\rho}(f), \quad \Phi_\nu(t, x_f(\cdot, x_0)) = \Phi_\rho(t, x_f(\cdot, x_0))$$

(при условии, что значение функционала Φ_ν определено).

Теорема 5

Полная блуждаемость (неблуждаемость) системы (f) равносильна ее полной колеблемости (неколеблемости) и вытекает из полной вращаемости (соответственно, влечет за собой полную невращаемость).

Теорема 6

При $n = 2$ существует линейная периодическая система (f) , обладающая полными блуждаемостью, колеблемостью и невращаемостью.

III. Меры свойств

Стабильностные меры задает

Определение 5

Меры стабильностных свойств — **ляпуновской**, **перроновской** или **верхнепределельной** при ассоциированном значении $\varkappa = \lambda, \pi, \sigma$: **устойчивости**, **неустойчивости** и **асимптотической устойчивости** системы (f) зададим соответственно формулами

$$\mu_{\varkappa}(f) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\text{mes } M_{\varkappa}(f, \varepsilon, \delta)}{\text{mes } B^{\delta}},$$

$$\mu_{\bar{\varkappa}}(f) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\text{mes } M_{\bar{\varkappa}}(f, \varepsilon, \delta)}{\text{mes } B^{\delta}},$$

$$\mu_{\varkappa_0}(f) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\text{mes } M_{\varkappa_0}(f, \varepsilon, \delta)}{\text{mes } B^{\delta}},$$

где $M_{\varkappa}(f, \varepsilon, \delta)$, $M_{\bar{\varkappa}}(f, \varepsilon, \delta)$ и $M_{\varkappa_0}(f, \varepsilon, \delta)$ — множества всех начальных значений $x_0 \in B^{\delta}$, удовлетворяющих соответствующему требованию

$$\Phi_{\varkappa}(x_f(\cdot, x_0)) \leq \varepsilon, \quad \Phi_{\varkappa}(x_f(\cdot, x_0)) > \varepsilon, \quad \Phi_{\varkappa_0}(x_f(\cdot, x_0)) \leq \varepsilon.$$

III. Меры свойств

Осцилляционные меры задают

Определение 6

Для системы (f) зададим при ассоциированном значении $\varkappa = \rho, \nu, \theta$ **меры** осцилляционных свойств:

- **блуждаемости, колеблемости, вращаемости** — формулами

$$\mu_{\varkappa}(f) \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \lim_{t \rightarrow +\infty} \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\text{mes } M_{\varkappa}(f, \varepsilon, t, \delta)}{\text{mes } B^{\delta}};$$

- **неблуждаемости, неколеблемости, невращаемости** — формулами

$$\mu_{\bar{\varkappa}}(f) \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \lim_{t \rightarrow +\infty} \lim_{\delta \rightarrow +0} \frac{\text{mes } M_{\bar{\varkappa}}(f, \varepsilon, t, \delta)}{\text{mes } B^{\delta}},$$

где через $M_{\varkappa}(f, \varepsilon, t, \delta)$ и $M_{\bar{\varkappa}}(f, \varepsilon, t, \delta)$ обозначены множества всех значений $x_0 \in B_{*}^{\delta}$, удовлетворяющих соответственно требованию

$$\Phi_{\varkappa}(t, x_f(\cdot, x_0)) > \varepsilon, \quad \Phi_{\bar{\varkappa}}(t, x_f(\cdot, x_0)) \leq \varepsilon.$$

III. Меры свойств

Полный набор ключевых соотношений для всех изучаемых мер содержит

Теорема 7

Для любой системы (f) меры ее стабильностных и осцилляционных свойств определены корректно и удовлетворяют соотношениям

$$0 \leq \mu_{\varkappa}(f) + \mu_{\bar{\varkappa}}(f) \leq 1, \quad \varkappa = \lambda, \pi, \sigma, \theta, \nu, \rho,$$

$$0 \leq \mu_{\lambda}(f) \leq \mu_{\sigma}(f) \leq \mu_{\pi}(f) \leq 1, \quad 1 \geq \mu_{\bar{\lambda}}(f) \geq \mu_{\bar{\sigma}}(f) \geq \mu_{\bar{\pi}}(f) \geq 0,$$

$$0 \leq \mu_{\lambda_0}(f) \leq \mu_{\sigma_0}(f) \leq \mu_{\pi_0}(f) \leq 1, \quad \mu_{\varkappa_0}(f) \leq \mu_{\varkappa}(f), \quad \varkappa = \lambda, \pi, \sigma,$$

$$0 \leq \mu_{\theta}(f) \leq \mu_{\nu}(f) = \mu_{\rho}(f) \leq 1, \quad 1 \geq \mu_{\bar{\theta}}(f) \geq \mu_{\bar{\nu}}(f) = \mu_{\bar{\rho}}(f) \geq 0.$$

III. Меры свойств

В **одномерном** случае для **стабильностных** свойств и мер верны

Теорема 8

При $n = 1$ для любой системы (f) любое ее стабильностное ляпуновское свойство равносильно ее одноименному верхнепредельному свойству.

Теорема 9

При $n = 1$ для любой системы (f) имеют место соотношения

$$\mu_{\varkappa}(f), \mu_{\bar{\varkappa}}(f), \mu_{\varkappa_0} \in \{0, 1/2, 1\}, \quad \mu_{\varkappa}(f) + \mu_{\bar{\varkappa}}(f) = 1, \quad \varkappa = \lambda, \pi, \sigma,$$

$$\mu_{\lambda}(f) = \mu_{\sigma}(f) \leq \mu_{\pi}(f), \quad \mu_{\bar{\lambda}}(f) = \mu_{\bar{\sigma}}(f) \geq \mu_{\bar{\pi}}(f), \quad \mu_{\lambda_0}(f) = \mu_{\sigma_0}(f) \leq \mu_{\pi_0}(f).$$

Теорема 10

При $n = 1$ каждое из перечисленных в предыдущей теореме неравенств для некоторой линейной системы (f) является строгим, а для некоторой автономной системы (f), не обладающей никаким полным стабильностным свойством, все неравенства обращаются в равенства, а меры равны $1/2$.

III. Меры свойств

Значительную **вариативность** наборов **стабильностных** мер демонстрируют

Теорема 11

При любом $n > 1$ для каждого $0 \leq \mu_0 \leq \mu \leq 1$ существует автономная система (f) , меры стабильностных свойств которой удовлетворяют следующим равенствам

$$\mu_{\varkappa_0}(f) = \mu_0, \quad \mu_{\varkappa}(f) = \mu, \quad \mu_{\bar{\varkappa}}(f) = 1 - \mu, \quad \varkappa = \lambda, \sigma, \pi.$$

Теорема 12

При $n = 2$ для каждого $0 \leq \mu \leq 1$ существует периодическая система (f) , меры осцилляционных свойств которой удовлетворяют следующим равенствам

$$\mu_{\varkappa}(f) = \mu, \quad \mu_{\bar{\varkappa}}(f) = 1 - \mu, \quad \varkappa = \rho, \nu.$$

IV. Линейные системы

Особенности **стабильностных** свойств **линейных** систем подчеркивают

Теорема 13

Для любой линейной системы (f) любое ее стабильностное ляпуновское свойство равносильно ее одноименному верхнепредельному свойству.

Теорема 14

Любая линейная система (f) обладает следующими свойствами:

- либо асимптотической устойчивостью всех трёх типов;
- либо и ляпуновской, и верхнепредельной устойчивостью, но не асимптотической, а при этом — по меньшей мере одним из следующих перроновских свойств: или также устойчивостью, но не неасимптотической, или даже асимптотической устойчивостью;
- либо и ляпуновской, и верхнепредельной почти полной (возможно даже полной) неустойчивостью, а при этом — по меньшей мере одним из следующих перроновских свойств: или также почти полной неустойчивостью, или устойчивостью, но не асимптотической, или даже асимптотической устойчивостью.

IV. Линейные системы

Наборы **стабильностных мер** для **линейных** систем описывают

Теорема 15

Для любой линейной системы (f) справедлива ровно одна из следующих трех цепочек соотношений

$$\mu_{\lambda_0}(f) = \mu_{\sigma_0}(f) = \mu_{\pi_0}(f) = 1 > 0 = \mu_{\bar{\pi}}(f) = \mu_{\bar{\sigma}}(f) = \mu_{\bar{\lambda}}(f);$$

$$\mu_{\lambda}(f) = \mu_{\sigma}(f) = \mu_{\pi}(f) = 1 > 0 = \mu_{\bar{\pi}}(f) = \mu_{\bar{\sigma}}(f) = \mu_{\bar{\lambda}}(f);$$

$$\mu_{\lambda}(f) = \mu_{\sigma}(f) = 0 < 1 = \mu_{\bar{\sigma}}(f) = \mu_{\bar{\lambda}}(f).$$

Теорема 16 (+А.Гаргянц)

При любом $n \in \mathbb{N}$ каждая из трех перечисленных в предыдущей теореме цепочек реализуется на некоторой линейной системе вида (f), причём вторая при каждом $\mu = 0, 1$ реализуется на системе, удовлетворяющей дополнительному равенству $\mu_{\pi_0}(f) = \mu$, а третья при каждом $\mu \in [0, 1]$ и при любом $n > 1$ — на системе, удовлетворяющей дополнительным равенствам $\mu_{\pi}(f) = \mu$ и $\mu_{\bar{\pi}}(f) = 1 - \mu$.

IV. Линейные системы

Наборы **осцилляционных мер** для **линейных** систем начинают описывать

Теорема 17

При $n = 2$ для любой линейной системы (f) справедлива ровно одна из следующих трех цепочек соотношений

$$\mu_{\theta}(f) = \mu_{\nu}(f) = \mu_{\rho}(f) = 1 > 0 = \mu_{\bar{\theta}}(f) = \mu_{\bar{\nu}}(f) = \mu_{\bar{\rho}}(f),$$

$$\mu_{\theta}(f) = 0 < 1 = \mu_{\bar{\theta}}(f),$$

$$\mu_{\theta}(f) = 0 = \mu_{\bar{\theta}}(f) = \mu_{\bar{\nu}}(f) = \mu_{\bar{\rho}}(f).$$

Теорема 18

При $n = 2$ первая из трех перечисленных в предыдущей теореме цепочек реализуется на некоторой линейной системе.

IV. Линейные системы

Описание наборов **осцилляционных мер** для **линейных** систем завершают

Теорема 19

При $n = 2$ для каждого $\mu \in [0, 1]$ существует линейная периодическая система (f) , удовлетворяющая соотношениям

$$\mu_{\theta}(f) = 0 \leq \mu = \mu_{\nu}(f) = \mu_{\rho}(f), \quad \mu_{\bar{\theta}}(f) = 1 \geq 1 - \mu = \mu_{\bar{\nu}}(f) = \mu_{\bar{\rho}}(f).$$

Теорема 20

При $n = 2$ для каждого $\mu \in [0, 1]$ существует линейная система (f) , удовлетворяющая соотношениям

$$\mu_{\theta}(f) = 0 \leq \mu = \mu_{\nu}(f) = \mu_{\rho}(f), \quad 0 = \mu_{\bar{\theta}}(f) = \mu_{\bar{\nu}}(f) = \mu_{\bar{\rho}}(f).$$

Теорема 21

При $n = 2$ существует линейная система (f) , не обладающая ни одним осцилляционным свойством и удовлетворяющая равенствам

$$\mu_{\theta}(f) = \mu_{\nu}(f) = \mu_{\rho}(f) = 0 = \mu_{\bar{\theta}}(f) = \mu_{\bar{\nu}}(f) = \mu_{\bar{\rho}}(f).$$

- 1 *Сергеев И.Н.* Замечательное совпадение характеристик колеблемости и блуждаемости решений дифференциальных систем // Матем. сборн. 2013. Т. 204. № 1. С. 119–138.
- 2 *Сергеев И.Н.* Ляпуновские, перроновские и верхнепредельные свойства устойчивости автономных дифференциальных систем // Изв. Ин-та матем. и информ. УдГУ. 2020. Т. 56. С. 63–78.
- 3 *Сергеев И.Н.* Определение показателей колеблемости, вращаемости и блуждаемости нелинейных дифференциальных систем // Вестник Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ. 2021. № 3. С. 41–46.
- 4 *Бондарев А.А., Сергеев И.Н.* Примеры дифференциальных систем с контрастными сочетаниями ляпуновских, перроновских и верхнепредельных свойств // Докл. РАН. Матем., информ., процессы управления. 2022. Т. 506. С. 25–29.
- 5 *Сергеев И.Н.* Определение и свойства мер устойчивости и неустойчивости нулевого решения дифференциальной системы // Матем. заметки. 2023. Т. 113. № 6. С. 895–904.

- 6 *Сергеев И.Н.* О перроновских, ляпуновских и верхнепредельных свойствах устойчивости дифференциальных систем // Тр. семинара им. И.Г. Петровского. 2023. Вып. 33. С. 353–423.
- 7 *Сергеев И.Н.* Полные свойства блуждаемости, колеблемости и вращаемости дифференциальной системы и их связь с мерами этих свойств // Изв. Ин-та матем. и информ. УдГУ. 2025. Т. 65. С. 72–84.
- 8 *Сергеев И.Н.* Примеры автономных дифференциальных систем с контрастными сочетаниями мер ляпуновской, перроновской и верхнепредельной устойчивости // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ. 2024. № 1. С. 50–54.
- 9 *Сергеев И.Н.* Зависимость от начального момента мер устойчивости и неустойчивости нулевого решения дифференциальной системы // Вестн. Удмуртского ун-та. Матем. Механ. Компьютерные науки. 2024. Т. 34. Вып. 1. С. 80–90.
- 10 *Сергеев И.Н.* Исследование полных свойств колеблемости, вращаемости и блуждаемости дифференциальной системы по первому приближению // Матем. заметки. 2024. Т. 115. № 4. С. 610–618.

- 11 *Сергеев И.Н.* Определение и свойства мер колеблемости, блуждаемости и вращаемости дифференциальной системы // Матем. заметки. 2025. Т. 117, №2. С. 305–314.
- 12 *Сергеев И.Н.* Радиальная устойчивость и неустойчивость дифференциальной системы // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ. 2025. № 2. С. 83–88.
- 13 *Сергеев И.Н.* О различных радиальных свойствах дифференциальной системы // Дифференц. уравнения. 2025. Т. 61. № 5. С. 596–605.
- 14 *Гаргянц А.Г.* О возможных значениях меры перроновской устойчивости линейных дифференциальных систем с ограниченными коэффициентами // Дифференц. уравнения. 2025. Т. 61. № 6. С. 858–860.
- 15 *Сергеев И.Н.* Радиальные осцилляционные свойства дифференциальной систем // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ. (в печати).
- 16 *Сергеев И.Н.* Меры различных свойств устойчивости нулевого решения дифференциальной системы // Матем. сборн. (в печати).

Спасибо за внимание!

Электронный адрес:
igniserg@gmail.com