



Осенние математические чтения в Адыгее 2025

V Всероссийская научная конференция

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МЕТАПЛАСТИН ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАПРЕЩЁННЫХ ЗОН В ЗАДАННЫХ ЧАСТОТНЫХ ДИАПАЗОНАХ

Усов П.Е., Голуб М.В., Фоменко С.И.

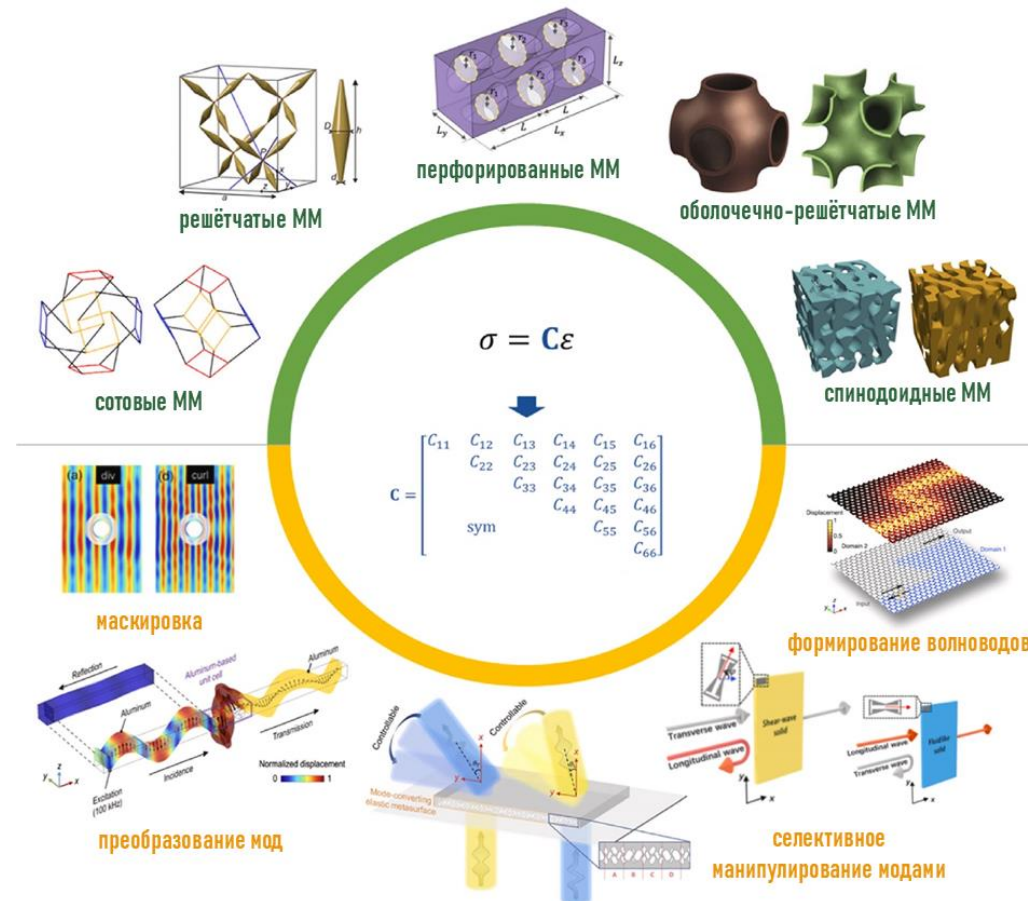
Институт математики, механики и информатики, Кубанский
государственный университет, Краснодар

Введение

- Фононные кристаллы, а также акустические и упругие метаматериалы – это искусственные материалы, свойства или геометрия которых может меняться в пространстве. Они могут управлять распространением упругих волн.

Wang, Y., Zheng, Y., Golub, M. V., Fomenko, S. I., Huang, G., Chen, W., Zhang, C., 2022, Electro-mechanical demultiplexer enabled by tunable electric circuits, *Extreme Mechanics Letters*, Vol. 51, 101610.

Wang, Y., Zhang C., Chen W., Li Z., Mikhail V. Golub, Sergey I. Fomenko Precise and target-oriented control of the low-frequency Lamb wave bandgaps, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 511, 116367.



Введение

- Одним из важнейших свойств таких материалов являются запрещённые зоны, то есть такие энергетические промежутки в зонной структуре фононных кристаллов, препятствующие распространению упругих волн.
- На практике в ряде случаев ставится вопрос о создании метаматериалов с такими конфигурациями, которые обеспечивали бы наиболее широкие запрещённые зоны.

Wang, Y., Zheng, Y., Golub, M. V., Fomenko, S. I., Huang, G., Chen, W., Zhang, C., 2022, Electro-mechanical demultiplexer enabled by tunable electric circuits, *Extreme Mechanics Letters*, Vol. 51, 101610.

I. Śliwa, M. Krawczyk Phononic band gap width control through structural and material parameters in two-dimensional phononic crystals *Acta Physica Polonica Series a*. Vol. 108 (2005). No. 6. P. 943-957.

Gardiner, A.; Daly, P.; Domingo-Roca, R.; Windmill, J.F.C.; Feeney, A.; Jackson-Camargo, J.C. Additive Manufacture of Small-Scale Metamaterial Structures for Acoustic and Ultrasonic Applications. *Micromachines* 2021, 12, 634.

Sergey I. Fomenko, Mikhail V. Golub, Yanzheng Wang, Ali Chen, Zheng-Yang Li, Dongjia Yan, Chuanzeng Zhang, An advanced semi-analytical method for modeling dynamic behavior of multi-layered piezoelectric laminates with arrays of electrically circuited electrodes, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Volume 176, 2025, 106217.

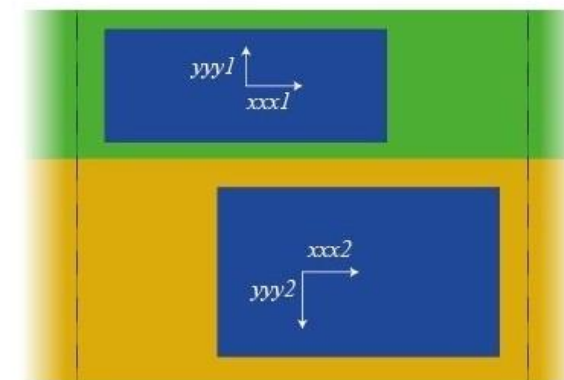
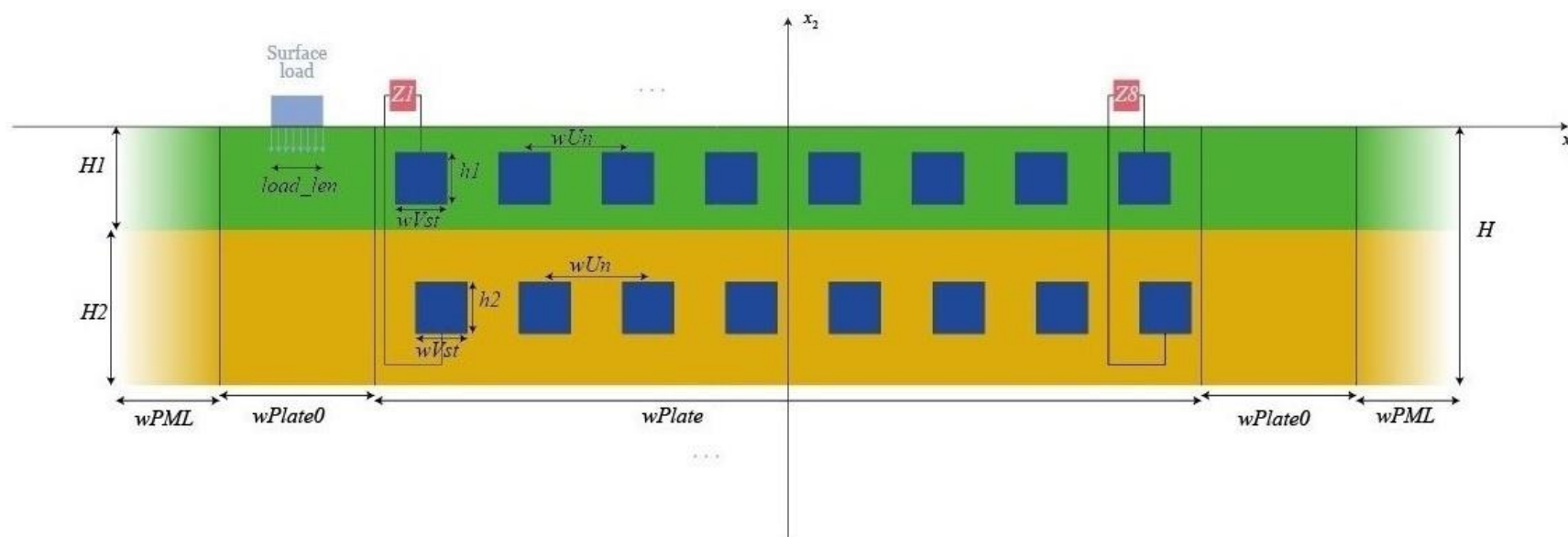
Постановка задачи

- В случае гармонических колебаний с угловой частотой ω уравнения движения для упругой изотропной среды имеют вид (1).

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu(\nabla \cdot \nabla)\mathbf{u} + \rho\omega^2\mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

Для пьезоэлектрической среды уравнения движения имеют вид (2).

$$\sigma_{ij,j} + \rho\omega^2 u_i = 0, \quad D_{i,i} = 0. \quad (2)$$

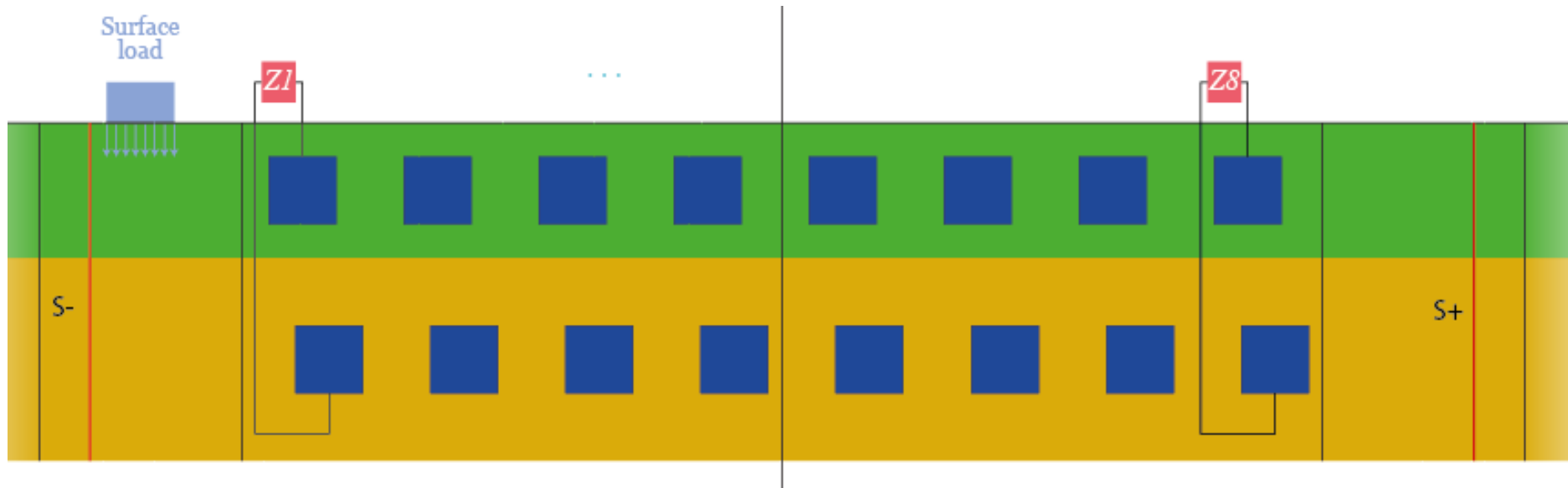


Постановка задачи

Требуется решить соответствующие краевые задачи и найти вектор перемещений $\mathbf{u} = (u_1; u_2)$ и электрический потенциал ϕ , а также величину потока энергии упругих волн

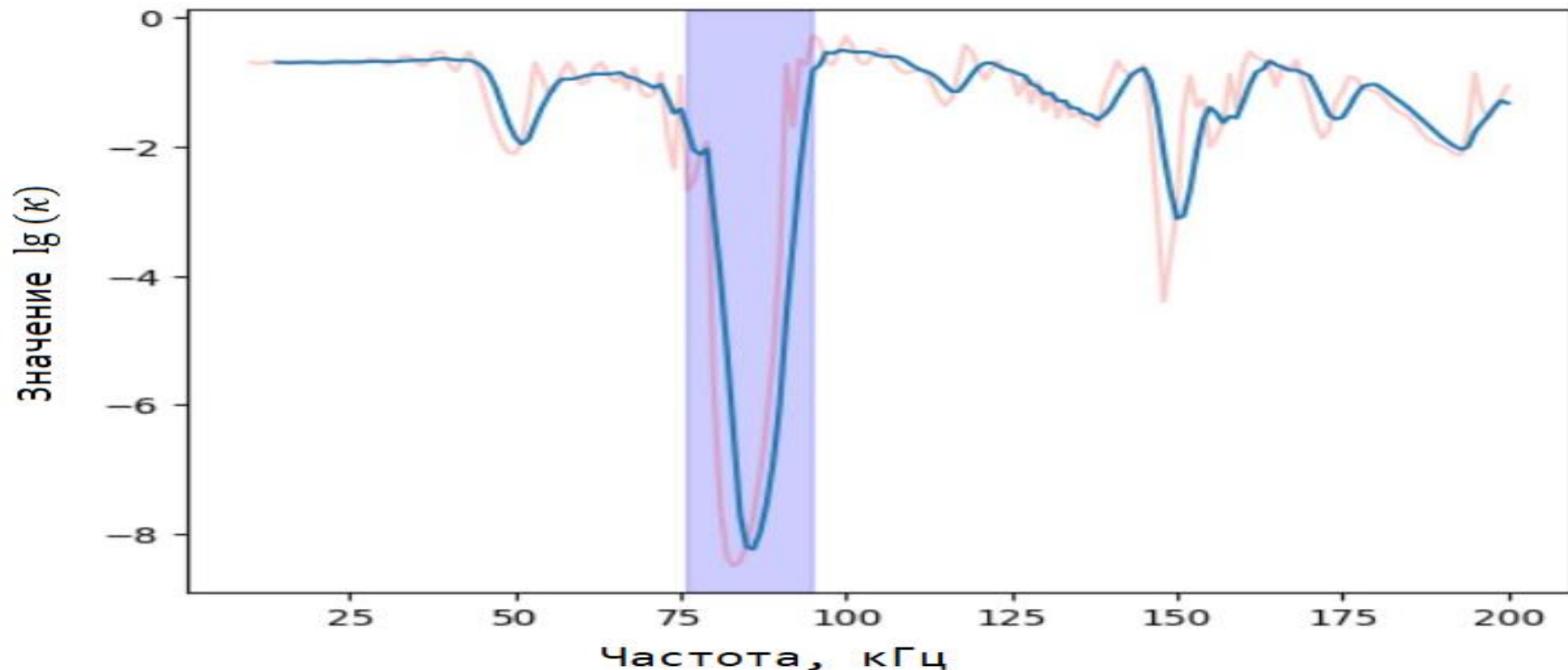
$E^- = \int_{S^-} -\omega * \text{Im}(u * \tau)$ и $E^+ = \int_{S^+} \omega * \text{Im}(u * \tau)$, пройденных влево и вправо по метапластинам соответственно.

Задача решается методом конечных элементов с помощью программного обеспечения «COMSOL Multiphysics 6.0».



Определение ширины запрещённой зоны

- Для определения ширины запрещённой зоны необходимо для каждого значения частоты из исследуемого диапазона вычислить коэффициент прохождения $\kappa = \frac{|E^+|}{|E^-| + |E^+|}$ и найти его десятичный логарифм.



Постановка оптимизационной задачи

- Необходимо найти такую пару значений параметров (h_1, h_2) , что ширина запрещённой зоны $W(h_1, h_2)$ будет наибольшей.

Определение оптимальной конфигурации метапластин генетическим алгоритмом

- Исследуемый генетический алгоритм находит такую пару значений параметров h_1 и h_2 , при которых ширина запрещённой зоны $W(h_1, h_2)$ будет наибольшей. При этом предполагается, что h_1 может принимать значения из интервала $(0; H_1)$, а h_2 - из интервала $(0; H_2)$. Генетический алгоритм реализован в виде программы на языке MATLAB, использующей в процессе работы программное обеспечение «COMSOL Multiphysics 6.0 with MATLAB».

Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 320 с.

David E. Goldberg Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning – Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.

Саймон Д. Алгоритмы эволюционной оптимизации. Издательство: ДМК Пресс, 2020. – 1002 с.

Система кодирования в генетическом алгоритме

- Каждая хромосома представляет собой пару генов. Первый ген g_1 соответствует параметру h_1 и принимает значения из интервала $(0; H_1)$, а второй ген g_2 соответствует параметру h_2 и принимает значения из интервала $(0; H_2)$. Значение целевой функции для хромосомы есть величина $W(g_1, g_2)$.

Применяемые генетические операторы

- В разработанном генетическом алгоритме применяется оператор вещественного кроссовера.

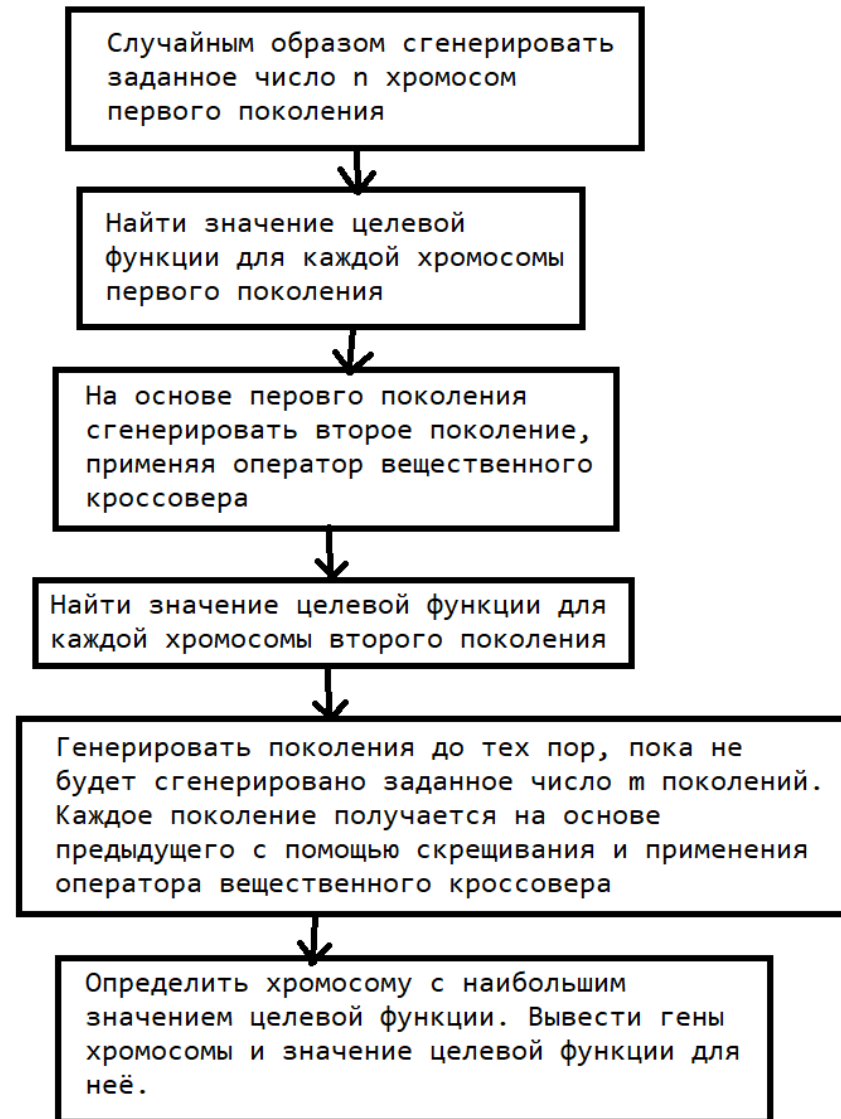
- Результатом скрещивания двух хромосом

$ch_1 = (g_{11}, g_{12})$ и $ch_2 = (g_{21}, g_{22})$ является хромосома $ch_3 = (g_{31}, g_{32})$,

где ген g_{31} является случайным числом, равномерно распределённым в интервале $(\min(g_{11}, g_{21}); \max(g_{11}, g_{21}))$,

а ген g_{32} - случайным числом, равномерно распределённым в интервале $(\min(g_{12}, g_{22}); \max(g_{12}, g_{22}))$.

Шаги генетического алгоритма



Исследование генетического алгоритма

- Генетический алгоритм был запущен на следующих входных данных: значение параметра $H_1 = 2$ мм, а значение параметра $H_2 = 3$ мм.
- Исследование выполнялось в частотном диапазоне от 450 до 650 кГц с шагом в 20 кГц.
- Было сгенерировано 4 поколения по 5 хромосом в каждом поколении.

Результат работы генетического алгоритма

Запрещённая зона находится в следующем диапазоне частот (в кГц):

530

570

Ширина запрещённой зоны равна следующему значению:

40

#####

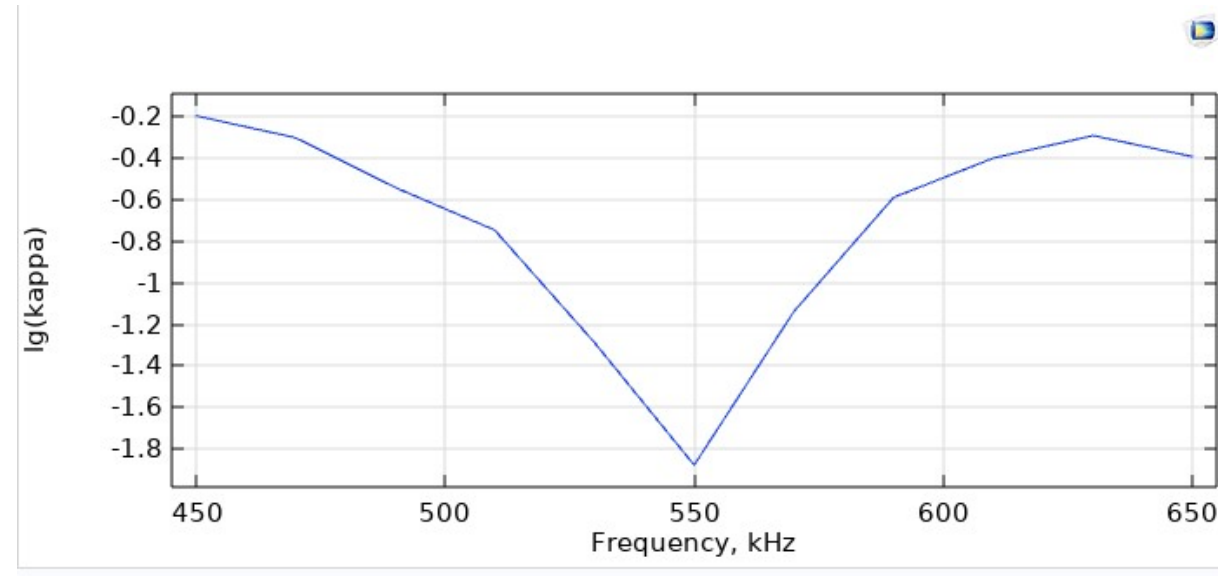
Максимальная ширина запрещённой зоны и значения параметров h_1 и h_2 (в метрах),
при которых была достигнута эта максимальная ширина:

40

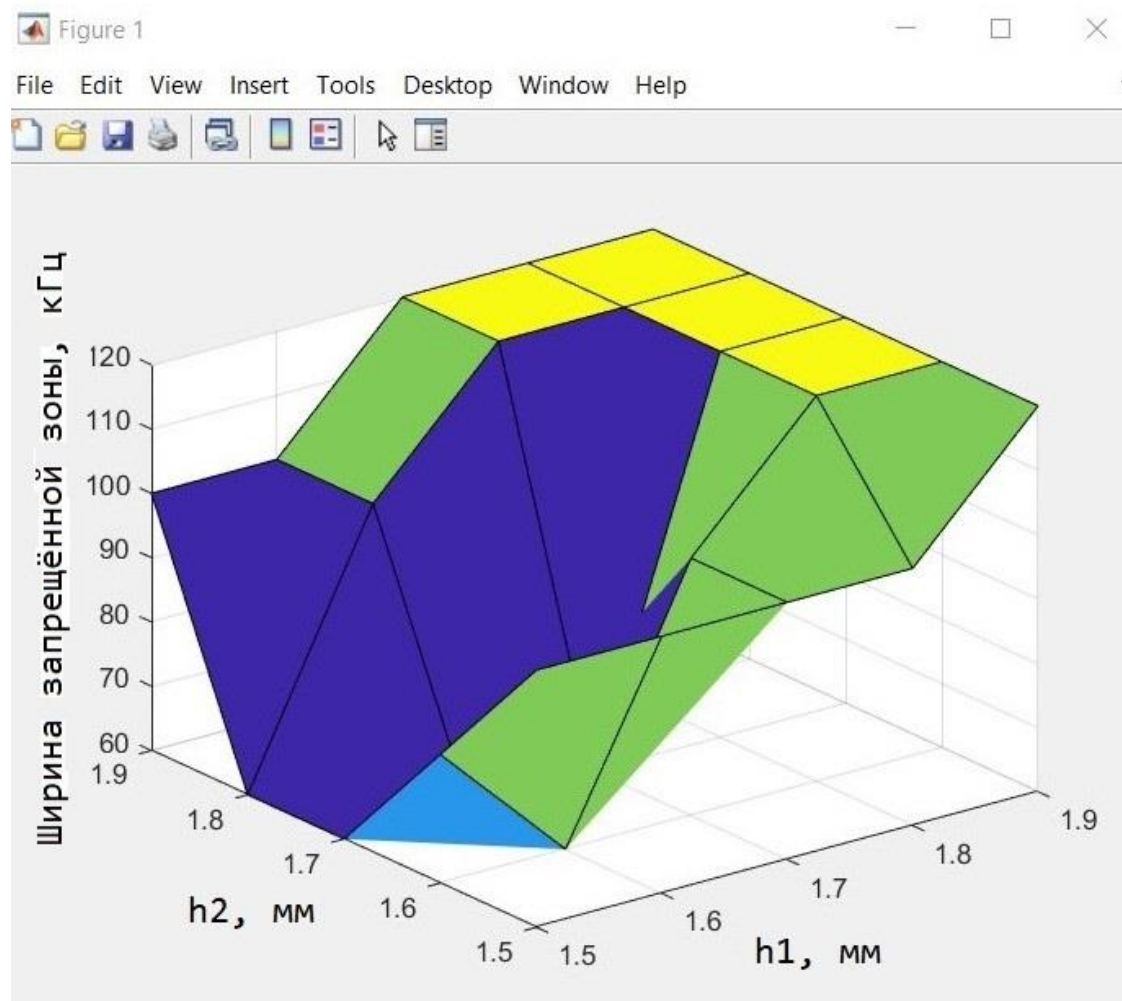
0.0010431

0.00083803

>>



Результат работы алгоритма, основанного на полном переборе



Заключение

- В ходе проведённой работы была построена математическая модель метапластин с пьезовставками и электродами, соединёнными электрическими цепями с конденсаторами.
- С помощью разработанного генетического алгоритма были найдены значения двух параметров модели, при которых получается наиболее широкая запрещённая зона.
- С помощью алгоритма, основанного на полном переборе, была подтверждена правильность результата, найденного генетическим алгоритмом.

Спасибо за внимание!